

# 基于时变稀疏度 HAR 模型的 沪铜已实现波动率预测

报告人：141292018 桑梓洲

指导教师：瞿慧 副教授

南京大学 工程管理学院

2019 年 05 月 31 日

总述

RV 预测因子

NGAR 过程与 MCMC 求解

MCS 检验与实验结论

总结

# 研究概述

## 选题背景

- ▶ 波动率预测应用广泛且至关重要
- ▶ 普通回归中的恒定系数不符合金融市场的动态本质

## 主要思路

- ▶ 恒定系数  $\rightarrow$  时变系数
- ▶ 固定预测因子  $\rightarrow$  动态模型结构, 变量自由进出
- ▶ 不同变量预测效果不同  $\rightarrow$  全部纳入
- ▶ 变量过多导致过拟合  $\rightarrow$  正则化

## 核心思想

假定各系数服从 NGAR 随机过程, 以稀疏度参数控制大部分系数为零避免过拟合, 并通过 MCMC 拟合更新后验分布.

# 动态回归效果

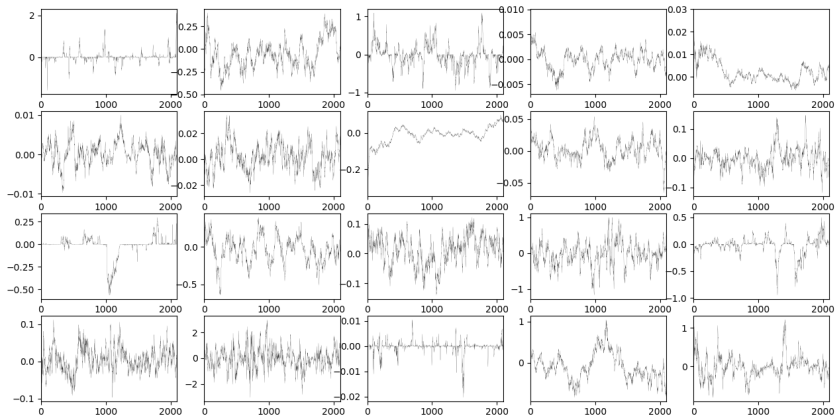


图 1: NGAR 过程中的部分效果图示

## 核心文献

- ▶ Kalli 和 Griffin (2014)<sup>1</sup>: 提出基于 NGAR 的动态回归预测
- ▶ Tian 等 (2017)<sup>2</sup>: 将 K&G (2014) 模型应用到波动率预测

## 实现步骤

- ✓ 从 5 分钟高频数据, 计算 RV 及其相关的十个日统计量
- ✓ 应用 NGAR 过程, 构建动态回归模型并预测
- ✓ 将结果与主流 HAR 模型对比, 进行稳健性检验并得出结论

## 创新贡献

1. 对 Tian 等 (2017) 疑将 TPV 误作 TMPV 使用进行修正
2. 将 Tian 等 (2017) TJ+1 统计量改进为  $TJ+10^{-1}$
3. 将 Tian 等 (2017) 标的资产从农产品移至沪铜期货检验

---

<sup>1</sup>Maria Kalli and Jim E. Griffin. "Time-varying sparsity in dynamic regression models". In: *Journal of Econometrics* 178.2 (2014), pp. 779–793.

<sup>2</sup>Fengping Tian, Yang Ke, and Langanan Chen. "Realized volatility forecasting of agricultural commodity futures using the HAR model with time-varying sparsity". In: *International Journal of Forecasting* 33.1 (2017), pp. 132–152.

# 波动率预测发展简史

- ▶ 早期只有日数据，通过为**收益率**建模间接计算，如 GARCH

$$\sigma_t^2 = \text{Var}[y_t | \mathcal{F}_{t-1}]$$

- ▶ 高频数据出现后，从**时间序列**数据直接预测，如 HAR

$$RV = \beta_0 + \beta_1 RV_{\text{日}} + \beta_2 RV_{\text{周}} + \beta_3 RV_{\text{月}} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$$

- ▶ Andersen 和 Bollerslev (1998)<sup>3</sup>首次提出 RV
- ▶ Barndorff-Nielsen 和 Shephard (2004)<sup>4</sup>提出 BPV、MPV 等
- ▶ Corsi (2009)<sup>5</sup>首次提出 HAR, Corsi 等 (2010)<sup>6</sup>提出 TMPV

---

<sup>3</sup>Torben G. Andersen and Tim Bollerslev. "Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models do Provide Accurate Forecasts". In: *International Economic Review* 39.4 (1998), pp. 885–905.

<sup>4</sup>Ole E. Barndorff-Nielsen and Neil Shephard. "Power and Bipower Variation with Stochastic Volatility and Jumps". In: *Journal of Financial Econometrics* 2.2003-W17 (2003), pp. 1–37.

<sup>5</sup>Fulvio Corsi. "A Simple Approximate Long-Memory Model of Realized Volatility". In: *Journal of Financial Econometrics* 7.2 (2009), pp. 174–196.

<sup>6</sup>Fulvio Corsi, Davide Pirino, and Roberto Renò. "Threshold bipower variation and the impact of jumps on volatility forecasting". In: *Journal of Econometrics* 159.2 (2010), pp. 276–288.

## 已实现方差 (realized variance)

- ▶ 记录  $t$  日已实现方差:  $\delta = T/n$  为采样间隔<sup>7</sup>,  $X$  为资产对数价格,  $\Delta_j X = X_{t+j\delta} - X_{t+(j-1)\delta}$  为  $t$  日第  $j$  个观察间隔的收益率, RV 可表示为:

$$\text{RV}_\delta(X)_t = \sum_{j=1}^n (\Delta_j X)^2$$

## Barndoff-Nielsen 和 Shephard (2004) 的扩展

- ▶ 已实现幂变差 (realized power variation)

$$\text{RPV}_\delta(X)_t^{[\gamma]} = \delta^{1-\gamma/2} \sum_{j=1}^n |\Delta_j X|^\gamma, \gamma > 0$$

<sup>7</sup>对于我们研究的沪铜白天一天交易时长 4h, 若数据间隔为 5min, 则  $T = 1, n = 48, \delta = 1/48$

- ▶ 已实现双幂变差 (realized bipower variation)

$$\text{BPV}_\delta(X)_t^{[\gamma_1, \gamma_2]} = \delta^{1-(\gamma_1+\gamma_2)/2} \sum_{j=1}^{n-1} |\Delta_j X|^{\gamma_1} |\Delta_{j+1} X|^{\gamma_2}, \quad \gamma_1, \gamma_2 > 0$$

- ▶ 已实现多幂变差 (realized multipower variation)

$$\text{MPV}_\delta(X)_t^{[\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M]} = \delta^{1-(\gamma_1+\gamma_2+\dots+\gamma_M)/2} \sum_{j=1}^{n-M+1} \prod_{k=1}^M |\Delta_{j+k-1} X|^{\gamma_k}$$

- ▶ Barndorff-Nielsen 和 Shephard (2004) 证明:

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \text{MPV}_\delta(X)_t^{[\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M]} = \mu_{\gamma_1} \mu_{\gamma_2} \dots \mu_{\gamma_M} \int_t^{t+T} \sigma^{\gamma_1+\gamma_2+\dots+\gamma_M}(s) ds$$



- ▶ 其中  $\mu_r = 2^{r/2} \frac{\Gamma(\frac{1}{2}(r+1))}{\Gamma(1/2)}$ 。由于我们一般需估计  $\int_t^{t+T} \sigma^2(s) ds$ ，一般令  $\sum_{k=1}^M \gamma_k = 2$ ，此时会消去  $\delta^{1-\sum_k \gamma_k/2}$  标准化项；同时考虑到对称性一般还会令  $\gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_M$ 。
- ▶ 引入 BPV、MPV 的意义在于，当跳出现时直接平方会造成较大波动，而两步或多步相乘会减小跳对波动率的冲击。

## Corsi (2010) 的扩展

- ▶ 已实现门阈多幂变差 (realized threshold MPV):

$$\text{TMPV}_{\delta}(X)_t = \delta^{1-(\sum_k \gamma)/2} \sum_{j=1}^{n-M+1} \prod_{k=1}^M |\Delta_{j+k-1} X|^{\gamma_k} I_{\{|\Delta_{j+k-1} X| \leq \nu_{j+k-1}\}}$$

## RV 相关变量 IV

- ▶ 其直觉是为每个收益率定制一个门限，如果相邻几个收益率中任意一个超过该门限则全部忽略，从而**减弱大跳的冲击**。
- ▶ 门限函数举例： $\nu_t = c_V^2 \widehat{V}_t$ ，其中

$$\widehat{V}_t^Z = \frac{\sum_{i=-L, i \neq -1, 0, 1}^L K\left(\frac{i}{L}\right) (\Delta_{t+i} X)^2 I_{\{(\Delta_{t+i} X)^2 \leq c_V^2 \widehat{V}_{t+i}^{Z-1}\}}}{\sum_{i=-L, i \neq -1, 0, 1}^L K\left(\frac{i}{L}\right) I_{\{(\Delta_{t+i} X)^2 \leq c_V^2 \widehat{V}_{t+i}^{Z-1}\}}} \quad Z = 1, 2, \dots$$

取  $K(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2}$ ,  $c_V = 3$ ,  $L = 25$ ,  $\widehat{V}^0 = +\infty$  不断迭代直到  $\widehat{V}_t^Z = \widehat{V}_t^{Z+1}$ ，所得门限序列与  $\Delta X$  序列一一对应。

- ▶ Corsi 还在 Huang 和 Tauchen(2005)<sup>8</sup>提出的用于检验跳的  $z$  统计量改进提出了 C-T $z$  统计量 (Corrected Threshold  $z$ )

$$\widehat{TJ}_t = I_{\{\text{C-T}z > \Phi_\alpha\}} (\text{RV}_t - \text{TBPV}_t)^+$$

$$\widehat{TC}_t = \text{RV}_t - \widehat{TJ}_t$$

其中

$$\text{C-T}z = \delta^{-\frac{1}{2}} \frac{(\text{RV}_\delta(X)_T - \text{C-TBPV}_\delta(X)_T) \cdot \text{RV}_\delta(X)_T^{-1}}{\sqrt{(\mu_1^{-4} + 2\mu_1^{-2} - 5) \cdot \max\left(1, \frac{\text{C-TTriPV}_\delta(X)_T}{(\text{C-TBPV}_\delta(X)_T)^2}\right)}}$$

C-TBPV 及 C-TTriPV 因计算表达式相对复杂暂且略去。

<sup>8</sup>Xin Huang and G. Tauchen. "The Relative Contribution of Jumps to Total Price Variance". In: *Journal of Financial Econometrics* 3.4 (2005), pp. 456–499.

# 十个统计量

- ▶ RV: 选取合适的 RV 估计量，其中核形式 RV 为

$$RV_t^q = \sum_{j=1}^n (\Delta_j X)^2 + 2 \sum_{w=1}^q \left(1 - \frac{w}{q+1}\right) \sum_{j=1}^{n-w} \Delta_j X \Delta_{j+w} X$$

表 1: RV 及核估计量的描述性统计  $\times 10^{-4}$

Measure	Mean	Std.dev	Min.	Max.
$r^2$	0.6741	1.5122	0.0000	24.4899
RV	0.6434	0.8660	0.0402	14.6150
RV <sup>1</sup>	0.6256	0.8742	0.0329	14.2257
RV <sup>2</sup>	0.6165	0.8921	0.0316	14.6902
RV <sup>3</sup>	0.6136	0.9097	0.0291	15.1221

- ▶ 作者声称采用了 TMPV<sup>[0.5]</sup>, TMPV<sup>[1]</sup>, TMPV<sup>[1.5]</sup>, 但无论从正统定义还是关联文献看均说不通, 疑误将 TPV 当成 TMPV.
- ▶ 作者还采用了 TBPV, TJ, TC, Range (日极差)
- ▶ 我们引入了 TMPV<sup>[\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}]</sup> 和 TMPV<sup>[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}]</sup> 作为补充

# RV 及其相关量-描述性统计

表 2: RV 及相关量的描述性统计<sup>9</sup>  $\times 10^{-4}$

<i>Measure</i>	<i>Mean</i>	<i>Std.dev</i>	<i>Min.</i>	<i>Median</i>	<i>Max.</i>
RV	0.6432	0.8661	0.0402	0.3935	14.615
TBPV	0.4126	0.5040	0.0233	0.2620	5.8891
TMPV $[\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}]$	0.3620	0.4463	0.0141	0.2270	5.1980
TMPV $[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$	0.3207	0.4138	0.0016	0.1935	4.9329
TPV $[0.5]$	675.37	159.50	204.29	655.39	1442.9
TPV $[1]$	56.688	26.962	15.028	50.499	236.75
TPV $[1.5]$	5.0704	4.0978	0.7810	3.9255	41.754
TJ	0.1559	0.4764	0.0000	0.1597	13.051
TC	0.4873	0.6347	0.0233	0.3055	9.8111
Range	99.517	61.290	15.610	82.344	647.41

<sup>9</sup>数据起止时间从 2010 年 1 月 4 日至 2018 年 8 月 30 日，原始数据频率为 1 分钟，我们以 5 分钟重新采样后去除夜盘数据计算了相关变量的日统计量，去除空值后的样本数为 2100。

## 动态回归

具有  $p$  个变量的  $T$  时期动态回归的模型为：

$$y_t = \sum_{i=0}^p \beta_{i,t} x_{i,t} + \epsilon_t, \quad t = 1, \dots, T$$

因为有  $T \times p$  个未知系数却只有  $T$  个观测值，无法直接求解

## 解决方案

先验假设系数  $\beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,T}$  服从某一随机过程：

$$\beta_t = f(\beta_{t-1}) + \epsilon_t, \quad t = 1, \dots, T$$

该随机过程需保证部分系数  $\beta_{i,t}$  在大部分时间接近于零，其他系数远离零，该比例通过稀疏度参数控制，而由之前学者提出的 normal-gamma 分布允许不同级别的稀疏度设定。

# Normal-gamma 分布

根据 Kalli 和 Griffin (2014), NG 先验分布可写作:

$$\beta_i | \psi_i \sim N(0, \psi_i), \quad \psi_i \sim \text{Ga}(\lambda, \lambda/\mu)$$

其中  $\psi_i$  可理解为第  $i$  个变量的关联度参数,  $\lambda$  和  $\mu$  则决定系数接近或远离零的比重.

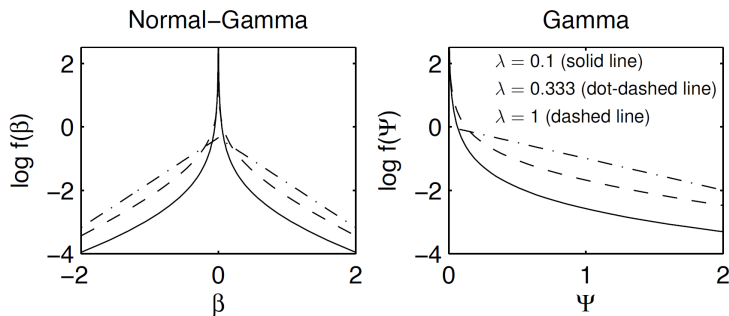


图 2:  $\beta, \psi$  分布与  $\lambda$  的关系

# Normal-gamma 自回归过程 I

我们先给出 K&G(2014) 对系数  $\beta_i$  所服从的 NGAR 过程的定义：

定义

$$\kappa_{i,s-1} | \psi_{i,s-1} \sim \text{Pn} \left( \frac{\rho_i \frac{\lambda_i}{\mu_i} \psi_{i,s-1}}{1 - \rho_i} \right), \quad \psi_{i,s} | \kappa_{i,s-1} \sim \text{Ga} \left( \lambda_i + \kappa_{i,s-1}, \frac{\lambda_i}{\mu_i(1 - \rho_i)} \right)$$

以及

$$\beta_{i,s} = \sqrt{\frac{\psi_{i,s}}{\psi_{i,s-1}}} \varphi_i \beta_{i,s-1} + \eta_{i,s}, \quad \eta_{i,s} | \psi_{i,s} \sim N(0, (1 - \varphi_i^2) \psi_{i,s}), \quad s = 2, \dots, T$$

其中

$$\psi_{i,1} \sim \text{Ga}(\lambda_i, \lambda_i/\mu_i), \quad \beta_{i,1} | \psi_{i,1} \sim N(0, \psi_{i,1})$$

该过程可写作  $\beta_i \sim \text{NGAR}(\lambda_i, \mu_i, \varphi_i, \rho_i)$ .



# Normal-gamma 自回归过程 II

作者还提供了一组等价定义将  $\beta_i$  表示为两个独立随机过程的乘积  $\beta_{i,t} = \sqrt{\psi_{i,t}}\phi_{i,t}$ , 其中:

- $\phi_i = (\phi_{i,1}, \dots, \phi_{i,T})$  服从自相关参数为  $\varphi_i$  的 AR(1) 过程
- $\psi_i = (\psi_{i,1}, \dots, \psi_{i,T})$  服从自相关参数为  $\rho_i$  的 AR(1) 过程, 且其边缘分布服从  $\text{Ga}(\lambda_i, \lambda_i/\mu_i)$

## 两级 $\lambda$ 稀疏度控制——参数含义

- ▶ 第一层  $\lambda_i$ : 假设  $\beta_i \sim \text{NGAR}(\lambda_i, \mu_i, \varphi_i, \rho_i)$ , 系数时变
  - $\kappa(\beta_{i,t}) = 3/\lambda_i$ ,  $\lambda_i$  小峰度大, 则分布集中于零且变化剧烈
  - $\text{Var}[\beta_{i,t}] = \mu_i$ ,  $\mu_i$  小则  $\beta_i$  总方差小, 从而总体越接近零
  - $\varphi_i$  描述  $\beta_i$  序列前后相关性, 大则变化平缓, 小则许多尖刺
  - $\rho_i$  描述辅助变量  $\psi_i$  序列前后相关性, 特点与  $\varphi_i$  相似
  - $\text{Var}[\beta_{i,t}|\psi_{i,t}] = \psi_{i,t}$ ,  $\beta_i$  序列波动受  $\psi_i$  序列控制
- ▶ 第二层  $\lambda^*$ : 假设  $\mu_i \sim \text{Ga}(\lambda^*, \lambda^*/\mu^*)$ , 因子时变
  - $\lambda^*$  控制全体  $\mu_i$  的分布, 进而控制全体  $\beta$  的稀疏度

## 贝叶斯估计

- ▶ 基本思想：根据数据更新对事件可能性的估计

$$p(\theta|\mathcal{D}) = \frac{p(\mathcal{D}|\theta)p(\theta)}{p(\mathcal{D})} \propto p(\mathcal{D}|\theta)p(\theta)$$

我们的 NGAR 过程先验需要通过数据更新求得后验分布.

## MCMC (Markov chain Monte Carlo)

- ▶ 较复杂的后验分布可通过基于数值逼近的 MCMC 类方法求解，这类算法包括 Metropolis-Hastings, Gibbs Sampler 等.
- ▶ 基本思想是通过智能跳跃随机搜索从后验分布中采样，其构建的 Markov 链保证足够多次转移后收敛于真实分布  $p(x)$
- ▶ 该算法最早由 Metropolis (1953) 提出

## MCMC 基本思路

- ▶ MCMC 的每轮循环为：
  1. 在状态空间当前位置  $\theta_{\text{current}}$  开始算法
  2. 提议跳到状态空间中一个新的位置  $\theta_{\text{new}}$
  3. 根据先验分布及数据，以一定概率接受或拒绝跳  
若接受，则移动到新位置，回到第一步；  
若拒绝，则呆在原地，回到第一步；

循环结束后，返回所有接受的位置，即  $p(x)$  的分布

- ▶ 构建 Markov 链的意义在于，一般情况下难以计算  $p(\mathcal{D})$  进行直接 Monte Carlo 模拟，但在 MCMC 中我们可以跳过：

$$\frac{p(\theta_{\text{new}}|\mathcal{D})}{p(\theta_{\text{cur}}|\mathcal{D})} = \frac{\frac{p(\mathcal{D}|\theta_{\text{new}})p(\theta_{\text{new}})}{p(\mathcal{D})}}{\frac{p(\mathcal{D}|\theta_{\text{cur}})p(\theta_{\text{cur}})}{p(\mathcal{D})}} = \frac{p(\mathcal{D}|\theta_{\text{new}})p(\theta_{\text{new}})}{p(\mathcal{D}|\theta_{\text{cur}})p(\theta_{\text{cur}})}$$

- ▶ 不同 MCMC 方法区别主要在于：什么时候跳以及怎么跳.

# HAR-X 模型预测结果 (HRMSE)

表 3: 不同预测窗口  $h$  下的 HAR-X 模型表现 (HRMSE)<sup>10</sup>

Regressor	$h = 1$	$h = 5$	$h = 10$	$h = 15$	$h = 20$
RV	0.4494	0.5764	0.6864	0.7596	0.8491
TPV <sup>[0.5]</sup>	0.4916	0.5677	0.6459	0.7514	0.7869
TPV <sup>[1]</sup>	0.4688	0.5656	0.6526	0.7451	0.8070
TPV <sup>[1.5]</sup>	0.4704	0.5682	0.6604	0.7453	0.8169
TBPV	0.4933	0.5971	0.6822	0.7716	0.8375
TTriPV	0.5052	0.6021	0.6739	0.7702	0.8274
TQuadPV	0.5204	0.6045	0.6691	0.7707	0.8160
TJ+1	1.1861	1.2306	1.2552	1.2785	1.3017
TJ+10 <sup>-4</sup>	1.0665	1.1189	1.1509	1.1823	1.2095
TC	0.5005	0.6123	0.7062	0.7789	0.8534
Range	0.5811	0.6978	0.7623	0.8552	0.9060

<sup>10</sup>我们预测集与测试集的分割点为 2016 年 1 月 4 日, 分割比例在 70% 附近.

# HAR-X 模型预测结果 (QLIKE)

表 4: 不同预测窗口  $h$  下的 HAR-X 模型表现 (QLIKE)

Regressor	$h = 1$	$h = 5$	$h = 10$	$h = 15$	$h = 20$
RV	0.0845	0.1226	0.1535	0.1742	0.2016
TPV <sup>[0.5]</sup>	0.1316	0.1509	0.1681	0.2025	0.2094
TPV <sup>[1]</sup>	0.1082	0.1337	0.1542	0.1806	0.1979
TPV <sup>[1.5]</sup>	0.1027	0.1276	0.1502	0.1730	0.1938
TBPV	0.1057	0.1319	0.1513	0.1759	0.1944
TTriPV	0.1168	0.1404	0.1553	0.1821	0.1979
TQuadPV	0.1284	0.1466	0.1589	0.1875	0.1997
TJ+0.1	0.2725	0.2815	0.2847	0.2875	0.2927
TC	0.1127	0.1408	0.1634	0.1828	0.2039
Range	0.1187	0.1538	0.1681	0.1944	0.2076

# HAR-X-J 模型预测结果

表 5: 不同预测窗口  $h$  下的 HAR-X-J 模型表现 (HRMSE)

Regressor	$h = 1$	$h = 5$	$h = 10$	$h = 15$	$h = 20$
RV	<b>0.4408</b>	0.5693	0.6806	0.7587	0.8426
TPV <sup>[0.5]</sup>	0.4613	<b>0.5453</b>	<b>0.6286</b>	<b>0.7328</b>	<b>0.7771</b>
TPV <sup>[1]</sup>	0.4545	0.5555	0.6454	<b>0.7366</b>	0.8037
TPV <sup>[1.5]</sup>	0.4648	0.5643	0.6579	0.7423	0.8162
TBPV	0.4696	0.5798	0.6697	0.7570	0.8310
TTriPV	0.4725	0.5782	0.6556	0.7501	0.8173
TQuadPV	0.4838	0.5770	0.6473	0.7476	0.8039
TC	<b>0.4433</b>	0.5702	0.6736	0.7430	0.8341
Range	0.5808	0.6971	0.7621	0.8558	0.9060

# HAR-X-J 模型预测结果

表 6: 不同预测窗口  $h$  下的 HAR-X-J 模型表现 (QLIKE)

Regressor	$h = 1$	$h = 5$	$h = 10$	$h = 15$	$h = 20$
RV	<b>0.0836</b>	0.1218	0.1529	0.1741	0.2011
TPV <sup>[0.5]</sup>	0.1135	0.1365	0.1562	0.1879	0.2012
TPV <sup>[1]</sup>	0.0998	0.1268	0.1487	0.1728	0.1945
TPV <sup>[1.5]</sup>	0.0992	0.1245	0.1478	0.1688	0.1926
TBPV	0.0937	0.1220	<b>0.1438</b>	0.1660	<b>0.1896</b>
TTriPV	0.0998	0.1270	0.1445	0.1693	0.1909
TQuadPV	0.1086	0.1312	0.1462	0.1731	0.1916
TC	0.0851	<b>0.1190</b>	0.1459	<b>0.1625</b>	0.1924
Range	0.1185	0.1526	0.1675	0.1923	0.2077

# MCS 模型置信度集检验

## 基本思想

- ▶ 类似参数的置信区间，理想模型是给定置信度下的一组模型
- ▶ 通过从初始模型集中逐一淘汰表现不佳的模型得到

## 具体步骤

- ▶ 假设有  $m_0$  个模型，模型  $i$  在  $t$  时期的损失函数为  $L_{i,t} = L(\hat{Y}_{i,t}, Y_{i,t})$ 。对于不同的模型  $i$  和模型  $j$ ，定义  $t$  时期相对表现变量  $d_{ij,t} \equiv L_{i,t} - L_{j,t}$ ，其中  $\mu_{ij} = \sum_{t=1}^n d_{ij,t}$ 。
- ▶ 每轮判定是否需要终止 MCS 检验，其原假设形式为：  
 $H_{0,\mathcal{M}} : \mu_{ij} = 0$ ，若否则根据相关统计量剔除一个表现最差的模型，直到 MCS 假设判定“无法区分”为止。



# 两种指标下的 MCS 检验结果

表 7: 不同预测窗口长度  $h$  下的 MCS 结果 (HRMSE 与 QLIKE)

$h = 1$			$h = 5$			$h = 20$		
MCS	$T_R$	$T_{SQ}$	MCS	$T_R$	$T_{SQ}$	MCS	$T_R$	$T_{SQ}$
TVS	1.000	1.000	TVS	1.000	1.000	TVS	1.000	1.000
TPV <sup>[0.5]</sup>	0.6517	0.6517	TPV <sup>[0.5]</sup>	0.2908	0.2908	TPV <sup>[0.5]</sup>	0.0608	0.0445
TPV <sup>[1]</sup>	0.0862	0.1065	TPV <sup>[1]</sup>	0.2005	0.1049	TMPV <sup>[4]</sup>	0.0608	0.0445
TPV <sup>[1.5]</sup>	0.0862	0.0913	TMPV <sup>[4]</sup>	0.2005	0.1034	TPV <sup>[1.5]</sup>	0.0608	0.0445

$h = 1$			$h = 5$			$h = 20$		
MCS	$T_R$	$T_{SQ}$	MCS	$T_R$	$T_{SQ}$	MCS	$T_R$	$T_{SQ}$
TVS	1.000	1.000	TVS	1.000	1.000	TVS	1.000	1.000
TBPV	0.3592	0.2842	Range	0.4695	0.4670	J	0.5352	0.3321
C	0.3592	0.2842	C	0.4695	0.4670	Range	0.5352	0.3321
TPV <sup>[1]</sup>	0.3592	0.2842	TBPV	0.4695	0.4670	C	0.5352	0.3321

## 结论

1. 所采用的 HAR-TVS 模型在两个指标及各预测窗口长度检验下，对我国沪铜市场波动率的预测具有显著最优的表现。
2. MCS 检验结果会受到误差函数选择的影响，且所得结果与误差函数直接得出的结果具有一定相似性。

## 不足及未来改进方向

1. Tian (2017) 的原文采用了更复杂的模型作为对照，而我们的结果是基于简单单变量模型对比得出的，因此缺乏足够的说服力；未来应考虑引入其他多变量动态回归模型做对比。
2. 未对沪铜的具体特性进行足够深入的研究，因此缺乏将模型应用于沪铜的具体理由。未来应考虑对沪铜产品本身进行更细致的分析，并于其它相似品种对比，仔细分析其可行性。

感谢聆听!